MOTORES COHETE
Espacialidad PA

Juan Manuel Tizón Pulido
jm.tizon@upm.es
Departamento de Motopropulsión y Termofluidodinámica

Lección 4a: Misiones y necesidades propulsivas. Análisis de utilización

- Estudio propulsivo
  - Impulso especifico
  - Ecuación del cohete
  - Ecuación de Breguet.
- Misones
- Análisis de utilización

Recordatorio: Impulso Específico

Definición

Se define el impulso específico como el cociente entre el empuje del motor y el gasto másico empleado en producir dicho empuje. Es una variable intensiva (no depende del tamaño del sistema) directamente relacionada con las actuaciones del sistema, ya que, a mayor impulso especifico mayor producción de empuje con la misma cantidad de propulsante:

$$\boxed{I_{sp} = E/\dot{m}} \qquad I_{sp} \approx V_s \left(sii \quad p_s = p_a \right)$$

En estas condiciones la unidad de medida en el Sistema Internaciones es [m/s].

Definiciones alternativas

Impulso en segundos: Es habitual encontrar en la literatura especializada el impulso específico definido como el empuje dividido por peso de propulsante empleado:

$$I_{sp}^{o} = E/g_0\dot{m} = E/\dot{W}\,, \quad I_{sp} = g_0 I_{sp}^{o} \quad \left(g_0 = 9.80665 \ m/s^2 \right)$$

En este caso la unidad de medida en el Sistema Internacional es [s].

Impulso volumétrico: En algunas aplicaciones (sistemas de volumen limitado) tiene interés el empuje obtenido por unidad de volumen de propulsante empleado.

$$\rho_p I_{sp} = E/\left(\dot{m}/\rho_p\right) = E/Vol_p$$

$$I_{sp} = \frac{E}{\dot{m}} = V_s + \frac{\left(p_s - p_a\right)A_s}{\dot{m}} = V_s + \frac{p_s A_s}{\rho_s V_s A_s}\left(1 - \frac{p_a}{p_s}\right) = V_s + \frac{\gamma R T_s}{\gamma V_s}\left(1 - \frac{p_a}{p_s}\right) = V_s + V_s \frac{1}{\gamma M_s^2}\left(1 - \frac{p_a}{p_s}\right)$$

Ecuación del Cohete

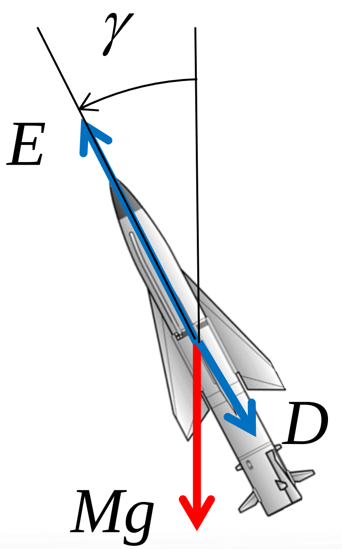
Movimiento rectilíneo

La ecuación del movimiento, proyectada en la dirección de la velocidad, para un móvil que se desplaza en presencia de un campo gravitatorio y en el seno de un fluido resistente tiene la forma:

$$M\frac{dV}{dt} = E - F_a - Mg\cos(\gamma) = I_{sp}\dot{m} - D - Mg\cos(\gamma) = -I_{sp}\frac{dM}{dt} - D - Mg\cos(\gamma)$$

$$dV = -I_{sp}\frac{dM}{M} - \frac{D}{M}dt - g\cos(\gamma)\,dt$$

$$V_f - V_i = -\int_{t_b} I_{sp}\frac{dM}{M} - \int_{t_b}\frac{D}{M}dt - \int_{t_b} g\cos(\gamma)\,dt \qquad \begin{cases} \Delta V_v = \int_{t_b} dV = V_f - V_i \\ \Delta V_a = \int_{t_b}\frac{D}{M}dt \\ \Delta V_g = \int_{t_b} g\cos(\gamma)\,dt \end{cases}$$



$$\Delta V_v + \Delta V_a + \Delta V_g = \langle I_{sp}\rangle \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) = \langle I_{sp}\rangle \ln\left(\frac{M_i}{M_i - M_p}\right)$$

Ecuación del Cohete

Incremento de velocidad

La ecuación del cohete se puede condensar agrupando los diferentes términos en un incremento de velocidad efectivo, que la intervención del impulso específico y el propulsante desalojado producen, obteniéndose una expresión debida a K. Tsiolkovsky:

$$\boxed{\Delta V = I_{sp} \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)}$$

La anterior relación expresa como dependen las actuaciones del sistema (lado izquierdo de la ecuación) de las características del sistema de propulsión, el impulso específico y la fracción de propulsante empleado (lado derecho de la ecuación). Obsérvese que la expresión en el interior del logaritmo pone de manifiesto aspectos de diseño del motor que repercutan en la masa de éste.

Comentarios preliminares

- El sistema de propulsión asume las perdidas dentro el símbolo de incremento de velocidad.
- El incremento de velocidad es directamente proporcional al impulso especifico del motor (reservas en cuanto a como afecta este enunciado a las masas dentro del logaritmo).
- El impulso debe ser lo mas grande posible, a no ser que para conseguirlo sea necesario incrementar el peso del motor en cuyo caso debe hacer un análisis mas detallado.

Konstantin Tsiolkovsky (1857-1935)

Reconocido como el padre de la astronáutica, era un maestro de escuela. Científico autodidacta, instaló un pequeño laboratorio en su casa y publicó varios trabajos pioneros, demostrando la necesidad de los motores cohete para los viajes espaciales y afirmando, entre otros estudios, que el sistema mas conveniente serian los cohetes de varios escalones alimentados mediante propulsantes líquidos.

Desde el punto de vista histórico hay que decir que recientemente se ha reencontrado el trabajo titulado *"Un tratado sobre el movimiento de cohetes"* escrito en 1813 por el matemático William Moore de la Real Academia Militar en Woolwich (Inglaterra), donde muestra la derivación de este tipo de ecuación utilizada para el estudio y fabricación de armas.

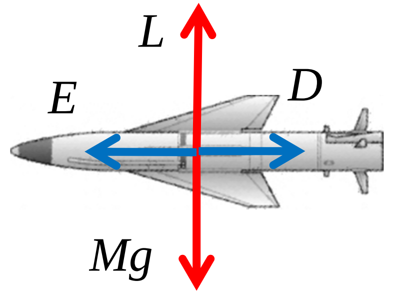
Formula de Breguet

Vuelo de crucero

En caso de vuelo estacionario, horizontal, rectilíneo y uniforme, el equilibrio de fuerzas entre sustentación y peso, por un lado y empuje y resistencia por el otro se puede combinar de la siguiente forma

$$\left.\begin{array}{l} D = E \\ L = Mg \end{array}\right\} \frac{1}{L/D} = \frac{E}{Mg} = \frac{\dot{m} I_{sp}}{Mg} = -I_{sp} \frac{1}{gM} \frac{dM}{dt}$$

$$g \frac{dt}{(L/D)} = -I_{sp} \frac{dM}{M}$$



Generalización

Tanto la Formula de Breguet como la Ecuación de Cohete conducen a expresiones similares que implican al impulso especifico del sistema y la variación de masa de éste con el incremento de velocidad que sufre el móvil, ΔV, el alcance R o la autonomía T:

$$\frac{gdT}{(L/D)} = \frac{gdR}{V(L/D)} = dV = -I_{sp} \frac{dM}{M}$$

$$\frac{gT}{\left(\overline{L/D}\right)_{eff}} \leftrightarrow \frac{gR}{V\left(\overline{L/D}\right)_{eff}} \leftrightarrow \Delta V + \int_{t_b} \frac{D}{M} dt + \int_{t_b} g\cos(\gamma)\, dt \leftrightarrow \boxed{\left|\Delta V\right|_{gral} = -\int I_{sp} \frac{dM}{M}}$$

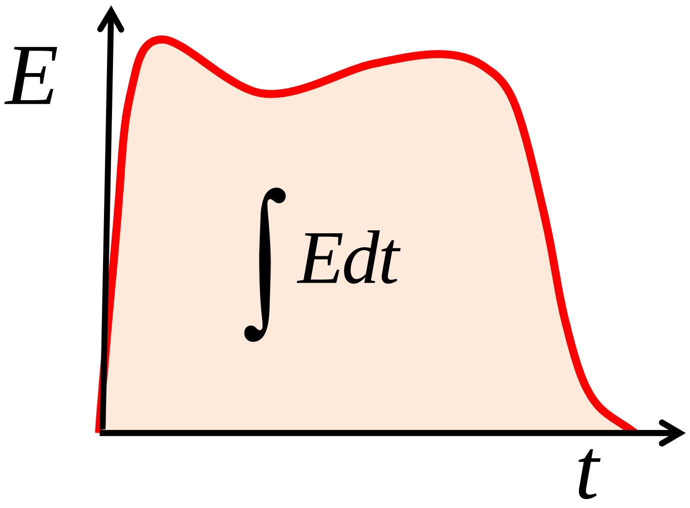
Charles Louis Breguet (1880 -1955), pioneros de la aviación, fue un diseñador y constructor de aviones francés. En 1905, con su hermano Jacques, y bajo la dirección de Charles Richet, comenzó a trabajar en un autogiro (precursor del helicóptero) con las alas flexibles que logró el primer ascenso de una aeronave vertical en 1907. Construyó su primer avión de ala fija, el Breguet I, en 1909, volando con éxito antes de estrellarse en la Grande Semaine d'Aviación celebrada en Reims. En 1911 se fundó la Société Anonyme des Ateliers d'Aviation Louis Breguet. En 1912, Breguet construyó su primer hidroavión. En 1919, fundó la Compagnie des Messageries Aeriennes, que acabó llamandose Air France. Breguet sigue siendo un importante fabricante de aviones durante la Segunda Guerra Mundial y más tarde desarrollado transportes comerciales. La ecuación de Breguet , para determinar el alcance de aviones, lleva su nombre en honor suyo.

Impulso total

Definición

El impulso total es la integral del empuje multiplicado por el tiempo a lo largo del tiempo de combustión. En caso de que la masa del vehículo permaneciera constante, el impulso total se corresponde con la variación de cantidad de movimiento del vehículo.

$$\boxed{I_T = \int_{t_b} E dt}$$



Gráficamente se trata del área encerrada por la curva de empuje en función del tiempo de funcionamiento, es decir, una característica intrínseca al sistema de propulsión que a menudo se toma como referencia al ser independiente de la misión a realizar.

Utilidad

El impulso total define las capacidades propulsivas del sistema con independencia de la estructura del vehículo y de la misión en la que esté involucrado. Además, esta relacionado directamente con el impulso específico del sistema, como puede verse a continuación

$$I_T = \int_{t_b} E dt = \int_{t_b} I_{sp} \dot{m} dt = \langle I_{sp} \rangle M_p$$

Impulso total – Incremento de velocidad

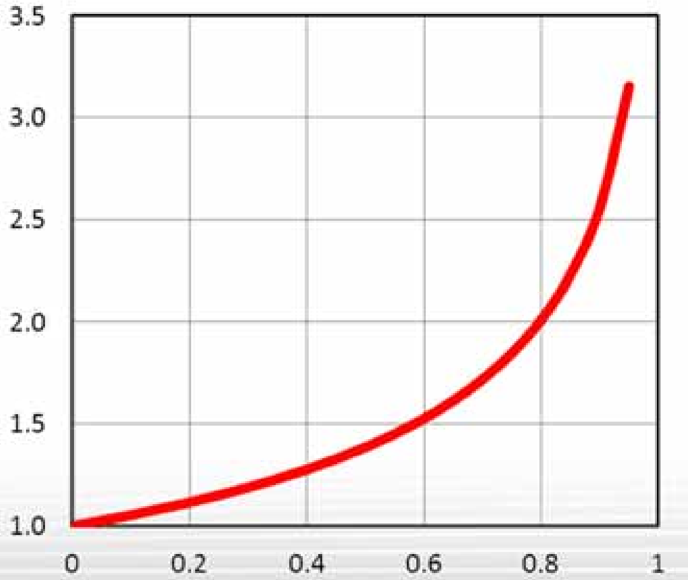
Definición de misión

Habitualmente las misiones se definen en función del incremento de velocidad. No obstante, algunas misiones quedan caracterizadas por un determinado nivel de empuje y tiempo de funcionamiento, es decir, un impulso total dado. A continuación, se establece la relación entre estas dos magnitudes:

$$\left.\begin{aligned} \Delta V &= I_{sp} \ln \frac{M_i}{M_i - M_p} \\ I_T &= \int_{t_b} E dt = \int_{t_b} I_{sp} \dot{m} dt = I_{sp} M_p \end{aligned}\right\} \Delta V = \frac{I_T}{M_p} \ln \frac{M_i}{M_i - M_p}$$

$$\boxed{M_i \Delta V = I_T \frac{M_i}{M_p} \ln \frac{M_i}{M_i - M_p}}$$

$$\frac{M_i \Delta V}{I_T}$$



$$\chi = M_p / M_i$$

Conclusiones

- El incremento de velocidad es equivalente al impulso total y se relacionan mediante la relación estructural $\chi = M_p/M_0$.
- Cuando la masa de propulsante es pequeña ($\chi \rightarrow 0$) las definiciones son idénticas.
- El incremento de velocidad es siempre mas grande.
- Cuando el propulsante empleado es una fracción apreciable de la masa del vehículo ($\chi \rightarrow 1$) el incremento de velocidad final aumenta considerablemente.

Tipos de Misiones

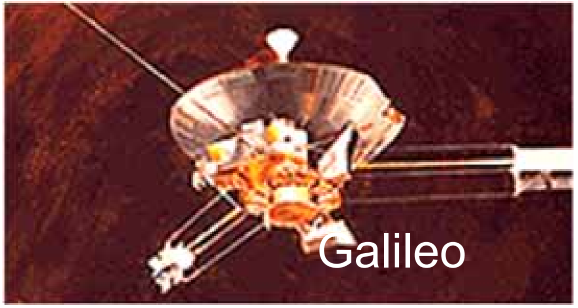
Misiones terrestres y Vehículos lanzadores
- Misiles tácticos y estratégicos, JATO, etc.
- Gran potencia (GW), E/W>1, $\Delta V \sim 5$ a 10 km/s)

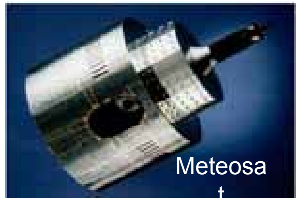
Satélites y plataformas espaciales
- Compensación de resistencia
- Correcciones de posición y orbita
- Control de orientación

Transferencia orbital

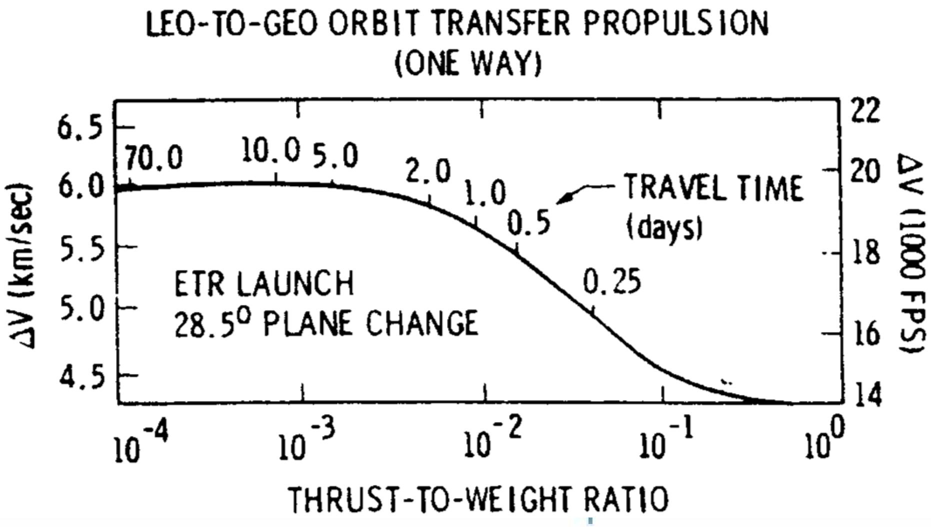
Sondas y naves interplanetarias
- (Voyager $\Delta V \sim 0.15$ km/s, Galileo $\Delta V \sim 1.7$ km/s)

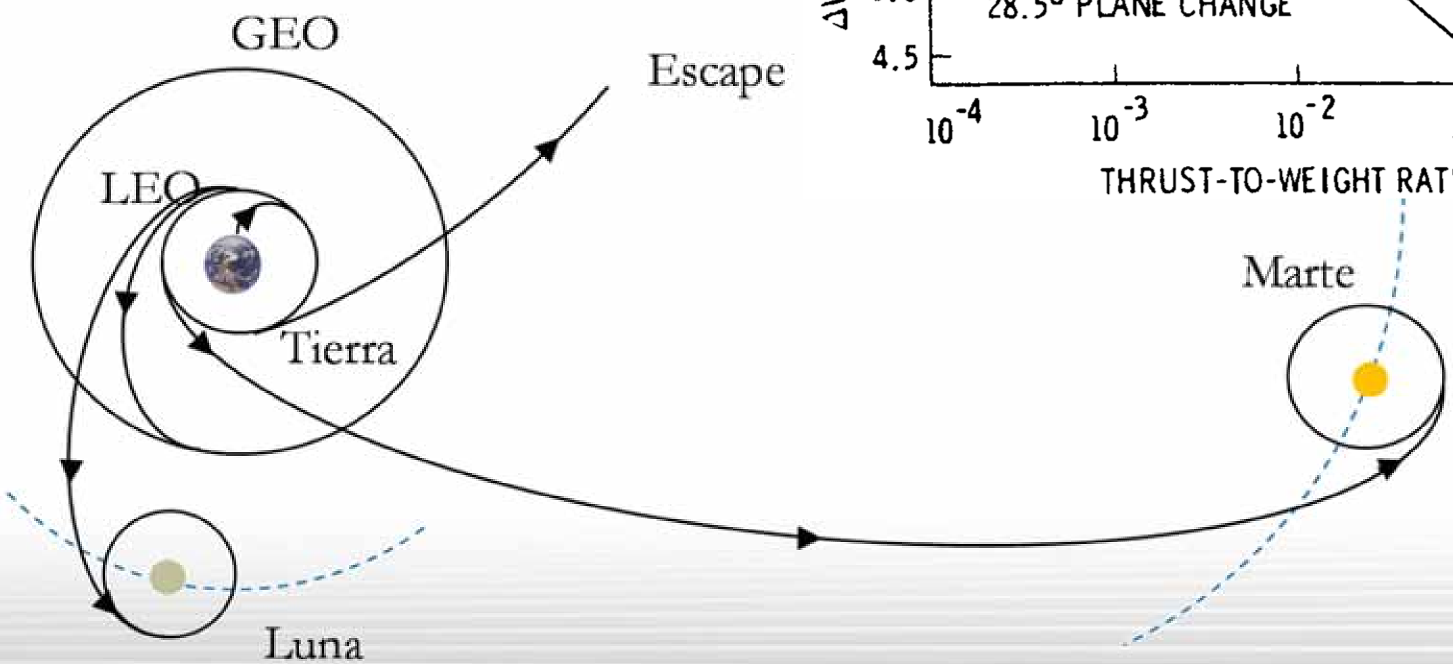
Nave interestelar





Misiones de transferencia orbital





Misiones de transferencia orbital

$$\Delta V = \Delta V_0 + \Delta V_D + \Delta V_g$$

$$\Delta V_{LEO} = 7,0 + 0,1 + 1,4$$
$$\Delta V_{GEO} = 3,0 + 0,1 + 10,3$$

MISIÓN	COMENTARIO	Δv (km/s)
Superficie a LEO	**Lanzamiento típico (Ariane, SST, …)**	**7,6**
LEO a GEO	**Transferencia orbital, satélites geoestacionarios, etc..**	**4,2**
Escape de la Tierra	**Sin resistencia aerodinámica**	**11,2**
LEO a orbita de lunar (7 días)	**Los viajes de visita a los planetas de nuestro sistema solar duran de uno a 30 años con transferencias elípticas de Hohmann**	**3,9**
LEO a orbita de Venus y vuelta		**16**
LEO a orbita de Júpiter y vuelta		**64**
LEO a Saturno y vuelta		**110**
LEO a α-Centauro (50 años)	**Viaje a las estrellas**	**30,000**
Interestelar (4,5 años luz en 10 años)		**120,000**

Maniobras Orbitales: Ejemplos

Transferencia de Hohmann

El incremento de velocidad entre dos orbitas circulares de radios R_A y R_B es:

$$\Delta V = \Delta V_A + \Delta V_B = \sqrt{\mu}\left\{\left|\sqrt{\frac{2}{R_A} - \frac{2}{R_A + R_B}} - \sqrt{\frac{1}{R_A}}\right| + \left|\sqrt{\frac{2}{R_B} - \frac{2}{R_A + R_B}} - \sqrt{\frac{1}{R_B}}\right|\right\}$$

Si se emplean kilómetros y segundos en las unidades $\sqrt{\mu} = \sqrt{GM} = 631,3481$

Ejemplo:

$$\left.\begin{aligned} R_A &= 6567\, km \\ R_B &= 42160\, km \end{aligned}\right\} \Delta V_A = 2.46\, km/s;\ \Delta V_B = 1.49\, km/s \qquad \Delta V = 3.95\, km/s$$

Cambio de plano orbital

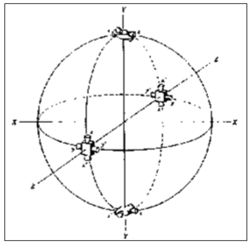
El incremento de velocidad necesario para un cambio de magnitud θ es:

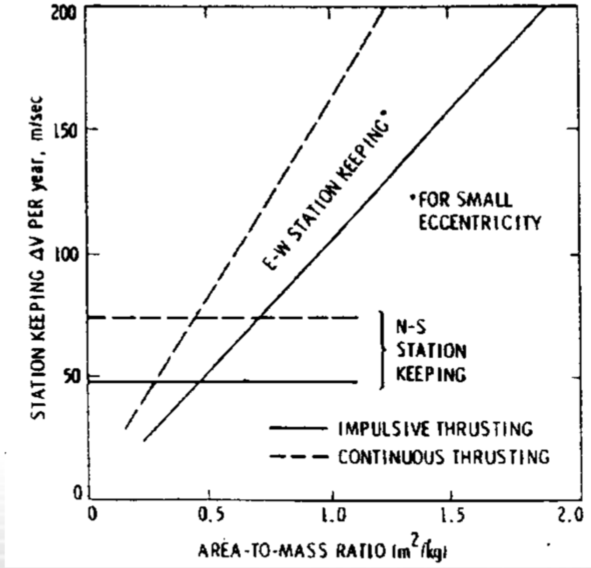
$$\Delta V \approx 2V_{orb} sen(\theta/2)$$

Si se realiza desde una velocidad orbital de V_{orb}

Misiones de corrección y posición

Mision	D-V medio [m/s]	D-V Max [m/s]
Resistencia 400–500 km LEO	<25	<100
Resistencia 500–600 km LEO	< 5	< 25
Resistencia > 600 km LEO		< 7.5
Station-keeping en órbita geoestacionaria	50–55	
Station-keeping en L_1/L_2	30–100	
Station-keeping en órbita lunar	0–400	
Control en tres ejes	2–6	
Spin-up or despin	5–10	
Separación	5–10	





Selección del sistema propulsivo

Sistema de propulsión		I_{sp} (segundos)	Max. Δv (km/s)	Max. E (N)	E/W (-)
Química	Sólido Híbrido Liquido	150-300 200-400 300-500	6-7 7-10 7-12	10^{7}	10^{2}
Nuclear	Fisión Fusión	500-800 1,000-10,000	10-20 20-100	10^{6} 10^{5}	$3x10^{1}$ 10^{-1}
Eléctrica	Electro-térmico Electroestático Electromagnético	150-1,200 1,200-10,000 700-5,000	3.5-30 30-250 15-100	10^{1} $3x10^{-1}$ 10^{2}	10^{-4}-10^{-2} 10^{-6}-10^{-4} 10^{-6}-10^{-4}

$$\Delta V = I_{sp} \ln \frac{M_{inicial}}{M_{final}}$$

Análisis de utilización

Inventario de masas

La ecuación del cohete pone de manifiesto que mas allá del propulsante consumido, el reparto de masa entre los distintos elementos del sistema puede tener una notable influencia en las actuaciones del motor.
Con carácter general la masa del vehículo se puede descomponer de la siguiente manera:

$$M_i = M_{cp} + M_{pp} + M_m + M_d + M_p$$

MASA INICIAL | CARGA DE PAGO | PLANTA DE POTENCIA | MOTOR | DEPOSITOS | PROPULSANTE

Dependiendo de la misión a realizar, el recuento de sistemas implicados y el objeto de optimización puede cambiar, pero en general se abordara la evaluación de la masa del sistema en función de las variables de diseño del sistema de propulsión y las que definen la misión con la intención de minimizar la masa, maximizar la carga de pago o cualquier otro requerimiento funcional manifestado en la definición del problema de diseño.

Comentarios

La expresión anterior admite varios usos dependiendo de la misión y del sistema de propulsión

- Si la masa de la carga de pago es nula, la masa total hace referencia a la masa del sistema de propulsión exclusivamente que puede ser objeto de optimización cuando todo el paquete forme parte de una carga de pago (motores upper stage, propulsores de orientación, etc.)
- Se incluye la masa de la planta de potencia (o captador de energía, como paneles solares) para sistemas en los que este elemento puede ser importante, por ejemplo, en motores cohete eléctricos.
- Para algunos sistemas, como los motores de propulsante sólido, habrá que modificar ligeramente el desglose motor, depósitos y propulsante.

Análisis de utilización: MCPL

Motor cohete de propulsante líquido

En este caso la conversión de energía tiene lugar en la cámara de combustión y su almacenamiento esta implícito en el almacenamiento del propulsante.

$$\left.\begin{aligned} M_{pp} &= 0 \\ M_m &\ll M_p \\ M_d &= kM_p \end{aligned}\right\} M_i = M_{cp} + (1+k) M_p \qquad \frac{M_p}{M_i} = \frac{1-r}{1+k}, \quad r = M_{cp}/M_i$$

El factor k (que relaciona la masa del deposito con la de propulsante) depende de la presurización a la que se someta a los depósitos (que a su vez, suele tener que ver con problemas de cavitación en las bombas o, en el caso de sistemas presurizados tiene implicaciones mas complejas) y la densidad de los propulsantes (típicamente, $k \approx 0.2$ para los ligeros como el hidrogeno liquido o $k \approx 0.01$ para propulsantes pesados).

$$\Delta V = I_{sp} \ln \frac{M_i}{M_i - M_p} \rightarrow \Delta V = I_{sp} \ln \frac{1+k}{r+k}$$

Optimización

A la vista de la ecuación del cohete se deduce que , en general, el incremento de velocidad se maximiza cuando se toma el impulso especifico máximo. No obstante, le elección de propulsantes que den alto impulso especifico conduce a la utilización de LH_2/LO_2 que implica la utilización de voluminosos depósitos de hidrógeno cuyo peso y volumen pueden aconsejar empobrecer la mezcla para aumentar el incremento de velocidad mejorando el termino del logaritmo y la aerodinámica (recuérdese que el termino ΔV engloba las perdidas por resistencia).

Análisis de utilización: MCPS

Motor cohete de propulsante sólido

Los motores cohete de propulsante sólido presentan una disposición muy peculiar, en la que el motor y el deposito de propulsante son indistinguibles e, incluso, el propio propulsante forma parte de la integridad de la cámara de combustión. En estas condiciones se engloban las masas de estos elementos en una sola:

$$\left.\begin{aligned} M_{pp} &= 0 \\ M_m + M_d &= M_c \\ M_c &= aM_p \end{aligned}\right\} M_i = M_{cp} + (1+a) M_p \qquad \frac{M_p}{M_i} = \frac{1-r}{1+a}, \;\; r = M_{cp}/M_i$$

$$\Delta V = I_{sp} \ln \frac{M_i}{M_i - M_p} \rightarrow \Delta V = I_{sp} \ln \frac{1+a}{r+a}$$

Optimización

Como todo el conjunto (cámara y tobera) debe estar dimensionado para soportar la presión de funcionamiento del motor, el factor ‘a’ expresa la influencia de las reglas de diseño empleadas (determinación de la presión de diseño, factores de seguridad, resistencia especifica del material, forma de la cámara y densidad de propulsante).

Al aumentar la presión de cámara aumenta el impulso especifico (adaptando la tobera a la presión ambiente de vuelo) y como ‘a’ aumenta el logaritmo disminuye presentándose la posibilidad de seleccionar una presión de cámara optima.

Análisis de utilización: MCEc

Motor cohete eléctrico

En los motores cohete eléctricos presentan un serie de elementos, captadores de energía, baterías, sistemas de ionización, solenoides, entrehierros, imanes, cátodos, ánodos, rejillas de aceleración, cuya masa es, en primera aproximación, proporcional a la potencia eléctrica empleada y, ésta, a su vez proporcional a la potencia cinética del chorro:

$$\left.\begin{aligned}\tfrac{1}{2}M_p I_{sp}^2 &= \left(M_{pp}+M_m\right)Z\\ M_d &= kM_p\end{aligned}\right\} M_i = M_{cp} + \left(\tfrac{1}{2} I_{sp}^2 \big/ Z\right) M_p + \left(1+k\right) M_p$$

En la expresión anterior se ha introducido la energía especifica, Z (sus unidades son J/kg), que es “la energia que es capaz de desplegar el sistema durante el tiempo de propulsión” produciendo un chorro de velocidad $V_s = I_{sp}$.

$$\Delta V = I_{sp} \ln \frac{1+k+\tfrac{1}{2} I_{sp}^2 \big/ Z}{r+k+\tfrac{1}{2} I_{sp}^2 \big/ Z}$$

Optimización

La ecuación del cohete conduce a la posibilidad de encontrar un impulso especifico óptimo que maximice el incremento de velocidad para una fracción de carga de pago dada o a la inversa, que maximice la carga de pago para un incremento de velocidad dado (observe que aunque el impulso multiplica al logaritmo un aumento del impulso específico conduce a una disminución del valor de éste).

Sumario

Impulso especifico

Definición y expresiones alternativas
Es la variable que caracteriza el comportamiento propulsivo del sistema.
Establece, grosso modo, la aplicabilidad de cada sistema.
Definición de impulso total

$$I_{sp} = E/\dot{m}$$

$$I_T = \int_{t_b} E dt = \langle I_{sp} \rangle M_p$$

Ecuación del cohete

Obtención
Generalización: Formula de Breguet
Relación entre las actuaciones del sistema de propulsión y la misión.
Impulso total e incremento de velocidad

$$|\Delta V|_{gral} = \langle I_{sp} \rangle \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)$$

Misiones

Clasificación y caracterización
Es habitual caracterizar la misión mediante el incremento de velocidad

$$\Delta V_{LEO} = 7,0 + 0,1 + 1,4$$

Análisis de utilización

Inventario de masas del sistema
Carga de pago
Motores cohete de propulsante liquido
Motores cohete de propulsante solido
Motores cohete electricos
Optimización de sistemas

$$r = M_{cp}/M_i$$

$$\Delta V = I_{sp} \ln \frac{1 + k + \frac{1}{2} I_{sp}^2 / Z}{r + k + \frac{1}{2} I_{sp}^2 / Z}$$