Ponga las dos primeras letras de su primer apellido	

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIROS AERONÁUTICOS

Examen de Motores de Reacción y Turbinas de Gas 14.09.04

Apellidos:	Nombre:

Una turbina de gas, como la mostrada en la figura, esta compuesta por un compresor con una relación de compresión p_c, que comprime un gasto G de aire. El aire comprimido se divide en dos flujos. Uno, de gasto G_1, se quema en una cámara de combustión hasta una temperatura T_{4t}, después se utiliza para mover la turbina que da potencia al compresor. El otro, de gasto G_2, se quema en otra cámara hasta una temperatura T_{14t}, después alimenta la turbina de potencia de la que se extrae una potencia W.

Despreciando la energía cinética de los chorros en la salida y suponiendo ciclo ideal; calcular:

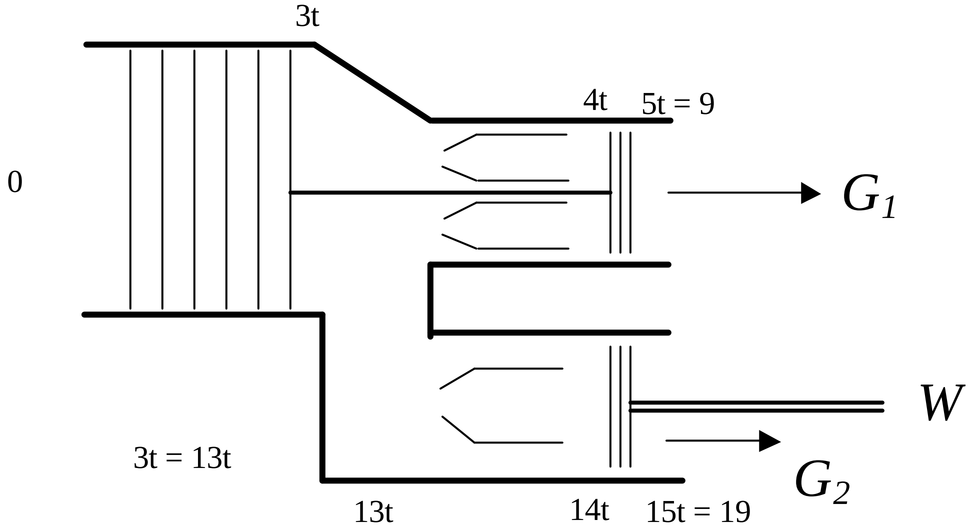
a) Potencia de salida adimensional por unidad de gasto, $w = \dfrac{W}{GC_pT_0}$ y el consumo específico, $C_E = \dfrac{c}{W}$; en función de los parámetros adimensionales:

$$q_t = \frac{T_{4t}}{T_0}; \quad q_{tp} = \frac{T_{14t}}{T_0} \quad y \quad q_c = \frac{T_{3t}}{T_0} = (p_c)^{\frac{g-1}{g}}$$

b) Para $q_t = q_{tp}$, compare este sistema con una turbina de gas convencional.

c) Para una T_{4t} = 1400 K, T_{14t} = 1300 K, p_c = 50:1 y un G = 50 kg/s; calcular el consumo específico y la potencia del sistema.

DATOS: T_0 = 288 K; R = 287,074 J/(kgK); g = 1,4; L = 42 MJ/kg



Ponga las dos primeras letras de su primer apellido	

SOLUCIÓN

a)

La potencia de salida será

$$W = G_2 t_{tp} = G_2 C_p \left(T_{14t} - T_{19}\right) = G_2 C_p T_{14t}\left(1 - \frac{T_{19}}{T_{14t}}\right) \quad .$$

Para ciclo ideal es fácil demostrar que $\frac{T_{19}}{T_{14t}} = \frac{T_0}{T_{3t}}$; por consiguiente la potencia adimensional por unidad de gasto a la entrada es

$$w = \frac{W}{GC_p T_0} = \frac{G_2}{\left(G_1 + G_2\right)} \frac{T_{14t}}{T_0}\left(1 - \frac{T_0}{T_{3t}}\right) = \frac{a}{1+a} q_{tp}\left(1 - \frac{1}{q_c}\right) = \frac{a}{1+a}\frac{q_{tp}}{q_c}\left(q_c - 1\right)$$

donde a es la relación de gastos entre la turbina de potencia y la que mueve el compresor $a = \frac{G_2}{G_1}$.

El parámetro a no es independiente ya que la potencia que se puede extraer de la turbina, para mover el compresor, es función de la temperatura y presión en 4t, pero la potencia que consume el compresor es función de la relación de gastos por lo que habrá una situación de equilibrio que nos la dará la ecuación de acoplamiento de potencias turbina – compresor

$$W_1 = G_1 C_p \left(T_{4t} - T_9\right) = G_1 C_p T_{4t}\left(1 - \frac{T_9}{T_{4t}}\right)$$

$$W_c = \left(G_1 + G_2\right) C_p \left(T_{3t} - T_0\right) = G_1\left(1 + a\right) C_p T_0\left(\frac{T_{3t}}{T_0} - 1\right)$$

igualando W_1 y W_c se obtiene la ecuación de acoplamiento turbina - compresor

$$W_1 = W_c \Rightarrow G_1 C_p \left(T_{4t} - T_9\right) = \left(G_1 + G_2\right) C_p \left(T_{3t} - T_0\right) \Rightarrow \left(T_{4t} - T_9\right) = \left(1 + a\right)\left(T_{3t} - T_0\right)$$

$$T_{4t}\left(1 - \frac{T_9}{T_{4t}}\right) = \left(1 + a\right) T_0 \left(\frac{T_{3t}}{T_0} - 1\right)$$

Como anteriormente se expreso, para ciclo ideal es fácil demostrar que, también se cumple que $\frac{T_9}{T_{4t}} = \frac{T_0}{T_{3t}}$. Sustituyendo en la expresión de acoplamiento se llega finalmente a:

$$\frac{T_{4t}}{T_0}\left(1 - \frac{T_0}{T_{3t}}\right) = \left(1 + a\right)\left(\frac{T_{3t}}{T_0} - 1\right) \Rightarrow a = \frac{q_t\left(1 - \frac{1}{q_c}\right)}{q_c - 1} - 1 = \frac{q_t}{q_c} - 1$$

1 punto

Por último, sustituyendo en la ecuación de la potencia adimensional por unidad de gasto, se obtiene

$$\boxed{w = \frac{a}{1+a}\frac{q_{tp}}{q_c}\left(q_c - 1\right) = \frac{q_{tp}}{q_t}\frac{\left(q_t - q_c\right)\left(q_c - 1\right)}{q_c}}$$

2 puntos

Respecto al consumo específico se tiene

Ponga las dos primeras letras de su primer apellido	

$$C_E = \frac{c_1 + c_2}{W} = \frac{1}{L}\frac{c_1 L + c_2 L}{W} = \frac{1}{L}\frac{G_1 C_p\left(T_{4t} - T_{3t}\right) + G_2 C_p\left(T_{14t} - T_{3t}\right)}{w\left(G_1 + G_2\right) C_p T_0} = \frac{1}{L}\frac{1}{\left(1 + a\right) w}\left[\left(\frac{T_{4t}}{T_0} - \frac{T_{3t}}{T_0}\right) + a\left(\frac{T_{14t}}{T_0} - \frac{T_{3t}}{T_0}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{L}\frac{1}{\left(1 + a\right) w}\left[\left(q_t - q_c\right) + a\left(q_{tp} - q_c\right)\right] = \frac{1}{L}\frac{q_c}{\left(q_c - 1\right)}$$

donde L es el poder calorífico inferior del combustible **2 puntos**

b)

Una turbina de gas convencional produce una potencia adimensional por unidad de gasto, w_{tc} y tiene un consumo específico, $C_{E,tc}$

$$w_{tc} = \frac{W_{tc}}{G C_p T_0} = \frac{G C_p\left(T_{5t} - T_9\right)}{G C_p T_0} = \frac{T_{4t} - T_9}{T_0} - \frac{T_{3t} - T_0}{T_o} = q_t\left(1 - \frac{1}{q_c}\right) - \left(q_c - 1\right) = \frac{\left(q_t - q_c\right)\left(q_c - 1\right)}{q_c}$$

$$C_{Etc} = \frac{c}{W} = \frac{1}{L}\frac{cL}{W} = \frac{1}{L}\frac{G C_p\left(T_{4t} - T_{3t}\right)}{w G C_p T_0} = \frac{1}{L}\frac{1}{w}\left(\frac{T_{4t}}{T_0} - \frac{T_{3t}}{T_0}\right) = \frac{1}{L}\frac{1}{w}\left(q_t - q_c\right) = \frac{1}{L}\frac{q_c}{\left(q_c - 1\right)}$$

2 puntos

Como se aprecia el consumo específico de ambos sistemas, el mostrado y el convencional es el mismo y no depende de las temperaturas fin de combustión. Al contrario, la potencia adimensional por unidad de gasto depende de las temperaturas finales, siendo diferente, por tanto la de ambos sistemas. Su relación es igual a la relación entre las temperaturas fin de combustión de ambas cámaras:

$$\frac{w}{w_{tc}} = \frac{q_{tp}}{q_t}$$

Por tanto, para $q_t = q_{tp}$, la potencia adimensional por unidad de gasto de ambos sistemas es la misma, igual que su consumo específico. O sea, funcionalmente se obtienen los mismos resultados.

$$\boxed{w = w_{tc} = \frac{\left(q_t - q_c\right)\left(q_c - 1\right)}{q_c}}$$

$$\boxed{C_E = C_{Etc} = \frac{1}{L}\frac{q_c}{q_c - 1}}$$

1 punto

c)

Los parámetros de funcionamiento, para los valores del enunciado son:

$$q_t = \frac{T_{4t}}{T_0} = \frac{1400}{288} = 4{,}86; \qquad q_{tp} = \frac{T_{4t}}{T_0} = \frac{1300}{288} = 4{,}51; \qquad q_c = \frac{T_{3t}}{T_0} = \left(p_c\right)^{\frac{g-1}{g}} = 30^{0{,}2857} = 3{,}06$$

y sustituyendo se llega a:

$$\boxed{\begin{cases} W = 16{,}270 \ \ \mathrm{MW} \\ C_E = 127{,}323 \ \ \dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{kWh}} \end{cases}}$$

2 puntos